

БИБЛИОТЕКА  
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОСВЕЩЕНИЕ»  
Выпуск 12

---

**В. Г. Сурдин**

**ДИНАМИКА  
ЗВЁЗДНЫХ СИСТЕМ**

---

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО ЦЕНТРА  
НЕПРЕРЫВНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКВА • 2001

УДК 524  
С90  
ББК 22.67

## АННОТАЦИЯ

Великие астрономические открытия Николая Коперника, Тихо Браге, Иоганна Кеплера, Галилео Галилея положили начало новой научной эре, стимулируя развитие точных наук. Астрономии выпала большая честь заложить основания естествознания: в частности, создание модели планетной системы привело к появлению математического анализа.

Из этой брошюры читатель узнает о многих фантастических достижениях астрономии, сделанных в последние десятилетия.

Текст брошюры представляет собой дополненную автором обработку записи лекции, прочитанной им для школьников 9–11 классов 11 ноября 2000 года на Малом мехмате МГУ.

Брошюра рассчитана на широкий круг читателей: школьников старших классов, студентов младших курсов, учителей...

ISBN 5-900916-90-1

*Сурдин Владимир Георгиевич.*

Динамика звёздных систем.

(Серия: «Библиотека „Математическое просвещение“»).

М.: МЦНМО, 2001. — 32 с.: ил. + 1 вкл.

Главный редактор серии *В. М. Тихомиров.*

Заведующая редакцией *В. Л. Браккер.*

Редакторы *А. А. Ермаченко, Е. Н. Осьмова.*

Техн. редактор *М. Ю. Панов.*

---

Лицензия ИД № 01335 от 24/III 2000 года. Подписано к печати 18/V 2001 года.  
Формат бумаги 60×88<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Офсетная бумага № 1. Офсетная печать. Объём 2,00 печ. л. +  
+ 1 вкл. (0,25 печ. л.). Уч.-изд. л. 2,09. Тираж 5000 экз. Заказ 5433.

---

Издательство Московского центра непрерывного математического образования.  
121002, Москва, Г-2, Бол. Власьевский пер., 11. Тел. 241-05-00.

---

Отпечатано в Производственно-издательском комбинате ВИНТИ.  
140010, г. Люберцы Московской обл., Октябрьский пр-т, 403. Тел. 554-21-86.

## ВВЕДЕНИЕ

Практически всё, что мы видим вокруг себя в космосе — это звёзды, более или менее похожие на наше Солнце. Разумеется, нам известно вещество и вне звёзд: это планеты и их спутники, кометы и астероиды, межзвёздные газ и пыль. Но всё это незначительный «довесок» в сравнении с гигантскими звёздами, объединенными в системы — двойные и кратные, в звёздные скопления и галактики. Кроме этого, есть свидетельства, что во Вселенной много небарионного вещества, состоящего не из привычных нам частиц — протонов и нейтронов (главных представителей группы барионов), а из частиц совсем другой, пока неясной природы, единственное взаимодействие которых с обычным веществом происходит через силу гравитации. Но, даже если это необычное вещество существует, понять его свойства удастся, лишь изучая поведение нормального вещества, т. е. звёзд — главного и а б л ю д а е м о г о персонажа Вселенной.

Итак, современная астрономическая Вселенная состоит из звёзд. Но так было не всегда: более 10 млрд. лет назад, когда от начала расширения Вселенной прошло не более 300 тыс. лет, наш мир был заполнен очень горячим и однородным веществом и излучением, причём по плотности своей массы излучение превосходило вещество. Когда возраст Вселенной превысил 300 тыс. лет и наполняющая её материя остыла примерно до 4000° К, плотность массы излучения стала ниже, чем вещества, и с тех пор это различие между веществом и излучением только нарастало; сегодня мы живём во Вселенной, где доминирует вещество. Но ещё многие сотни миллионов лет после того, как вещество стало основным компонентом Вселенной, оно оставалось практически однородным, как воздух, заполняющий наши комнаты: его плотность везде одинакова; его лишь слабо возмущают звуковые волны, бегущие в разных направлениях.

До сих пор астрономы не знают точно, как произошло деление почти однородного вещества Вселенной на звёзды, но каким-то образом это случилось: когда возраст Вселенной ещё не достиг 1 млрд. лет, почти всё её барионное вещество оказалось разбито на плотные газовые шары с характерной массой порядка  $10^{30}$  кг, объединённые в галактики с массами порядка  $10^{41}$  кг. Принципиальных трудностей в понимании этого процесса нет. Распространение звуковых волн в космическом веществе, как и в комнатном воздухе, создаёт перепады плотности. В обычной звуковой волне «комнатного размера» сила упругости газа гораздо выше силы гравитационного взаимодействия его частиц друг с другом, поэтому гравитация не мешает циклическому колебанию звуковых волн в комнате. Но в больших, космических масштабах действие гравитации может изменить эту картину: если в

некоторых областях повышенной плотности газа его давление не способно противостоять его же собственной силе притяжения, то такие уплотнения, случайно возникнув, уже не расширяются, а продолжают сжиматься. Этот процесс называют «гравитационной неустойчивостью» [1—3]. По-видимому, именно он породил звёзды и звёздные системы, власть в которых окончательно захватила гравитация.

## ЗАКОН ГРАВИТАЦИИ НЬЮТОНА

### ВЕЛИКИЕ ТЕОРЕМЫ ПРИТЯЖЕНИЯ

Итак, в мире звёзд царствует гравитация. Остальные три физических взаимодействия — электромагнитное, слабое и сильное ядерные — практически никакой роли в движении звёзд и в эволюции звёздных систем не играют. Сила гравитации описывается чрезвычайно простым, особенно с точки зрения искушённых в математике школьников, законом. Исаак Ньютон опубликовал его в 1687 году в своей замечательной книге «Начала натуральной философии». Этот закон описывает взаимодействие двух материальных точек, т. е. таких тел, размер которых мал по сравнению с разделяющим их расстоянием. Но он применим к любым телам, поскольку каждое из них можно представить в виде совокупности материальных точек. Закон Ньютона гласит, что две материальные точки, обладающие массами  $M_1$  и  $M_2$ , притягиваются друг к другу с одинаковой силой, равной произведению их масс, делённому на квадрат расстояния между ними и, разумеется, умноженному на некоторую константу (обычно в курсах физики её обозначают буквой  $G$ , от лат. *gravitas* — тяжесть), значение которой зависит от единиц измерения массы, силы и расстояния:

$$F = \frac{GM_1M_2}{R^2}.$$

В системе СИ ( $[M] = \text{кг}$ ,  $[R] = \text{м}$ ,  $[F] = \text{Н}$ ) значение

$$G = (6,673 \pm 0,001) \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2},$$

но астрономы (и физики-теоретики, когда они работают в этой области) пользуются более удобными для проведения вычислений системами единиц, в которых многие константы, в том числе и  $G$ , можно полагать равными единице и забывать про них.

Обратите внимание, как коротка запись числа  $G$  — всего четыре значащих цифры; другие физические константы содержат по 8—10, а порой и 12 цифр. Почему же именно значение  $G$  измерено с такой низкой точностью? А потому, что гравитация — слабая сила, менее других проявляющая себя в лабораторных экспериментах. Очень трудно

определить притяжение двух тел с аккуратно измеренной массой. Если два большущих слона ( $M_1 = M_2 = 4$  т) стоят в лаборатории, тесно прижавшись друг к другу ( $R = 1$  м), то их взаимное гравитационное притяжение составляет всего около 0,1 г. А вот если бы один слон состоял только из протонов, а другой — только из электронов, то они притягивались бы с силой порядка  $10^{30}$  т! К счастью, все слоны, планеты и звёзды состоят практически из равного количества протонов и электронов, электрическое взаимодействие которых уравнивается. Зато гравитационное взаимодействие всех частиц — протонов, нейтронов и электронов — суммируется, поскольку в природе нет гравитационных зарядов разного знака. Поэтому крайне слабая сила всемирного тяготения, почти незаметная между лабораторными телами, является доминирующей для крупных космических тел.

Итак, взаимодействие материальных точек описывается очень простым законом. Для математика этого было бы достаточно, но физик и астроном сразу вспоминают, что реальные тела — это ведь не точки, а протяжённые объекты. Значит, производя расчёты, придётся иметь дело с суммированием или с интегрированием, т. е. с вычислением суммы всех сил, действующих на интересующий нас объект со стороны всех прочих объектов Вселенной. Это задача крайне сложная: представьте себе, что слон притягивает мышонка, и нам предстоит просуммировать все силы, действующие на мышонка со стороны каждой точки хобота, ушей, ног, хвоста и прочих органов слона — со стороны миллионов частей, каждую из которых можно уподобить материальной точке... Сегодня мы можем сказать: что в этом особенного? Мысленно разобьём слона на миллион частей и просуммируем силы от единицы до миллиона. Настольный компьютер сделает это за минуту, поскольку суммировать придётся простенькие члены. Но во времена Ньютона не было компьютеров, и любое суммирование или то, что мы теперь называем интегрированием по объёму, было чрезвычайно сложной операцией, ведь её приходилось выполнять пером на бумаге. И Ньютон не продвинулся бы далеко в исследовании Вселенной, если бы не две замечательные теоремы, которые ему удалось доказать.

**Теорема 1.** Сферическое тело (тонкая сферическая оболочка) постоянной плотности притягивает любую точку, находящуюся вне его, так, как будто вся масса тела сосредоточена в его центре.

Эта изумительная теорема дала возможность небесным механикам — людям, которые занимаются расчётом движения планет и космических зондов, а также звёзд и галактик, — свести большинство задач о взаимодействии космических тел к задаче о притяжении двух точек. Дело в том, что почти все небесные тела, за редким исключе-

нием, можно уподобить последовательности вложенных друг в друга сфер, каждая из которых имеет постоянную плотность (которая обычно меняется лишь от центра к периферии). Например, у нашей Земли форма почти шарообразная, плотность растёт по направлению к центру, однако, разбив её на бесконечное количество сферических слоёв, вы убедитесь, что каждый из них притягивает внешнюю точку так, как будто вся масса сосредоточена в центре. Поэтому никакого суммирования или интегрирования не нужно.

**Теорема 2.** Если точку поместить внутри однородной сферы (причём в любом месте, а не только в центре), то она не ощутит притяжения сферы, поскольку силы, действующие на неё со стороны всех элементарных частей этой сферы, в точности уравновесятся.

Эта теорема очень помогла тем специалистам, которые изучают недра небесных тел: стало возможным решать задачи, мысленно поместив наблюдателя внутрь планеты и не заботясь о тех слоях вещества, которые находятся снаружи от него, поскольку их суммарное притяжение у сферической планеты в точности равно нулю.

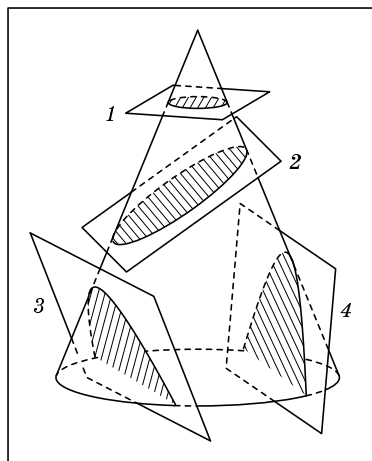
Таким образом, снаружи сферы вы чувствуете, будто вас притягивает точка, а внутри сферы — вообще невесомость. Эти замечательные теоремы позволили даже во времена Ньютона, при полном отсутствии вычислительной техники, чрезвычайно точно решать интереснейшие задачи: о строении планет (в частности Земли), об их взаимном притяжении и движении в пространстве.

## **ДВИЖЕНИЕ ДВУХ ТОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЗАИМНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПРИТЯЖЕНИЯ**

Ньютон решил задачу о том, как движутся две материальные точки, взаимно притягивающие друг друга, например, планета и её спутник. Вы, конечно, знаете решение этой задачи: под действием взаимного притяжения каждое из тел обращается по эллиптической орбите вокруг общего центра масс, лежащего в фокусах эллипсов. Орбиты тел подобны, но имеют разный размер, обратно пропорциональный массам тел. Если из инерциальной системы отсчёта, связанной с центром масс, перейти в неинерциальную, связанную с одним из тел, то второе обращается вокруг него также по эллиптической орбите (найдите сами её размеры).

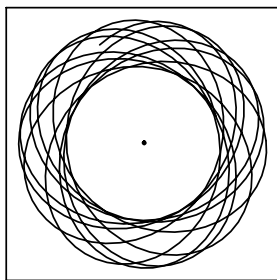
Решение Ньютона, полученное в конце XVII века, подтвердило на основании новой по тем временам физики эмпирические открытия, сделанные Кеплером ещё в начале того же века: по результатам многолетних наблюдений, в основном проделанных датским астрономом Тихо Браге, Кеплер обнаружил, что планеты обращаются вокруг

Солнца по эллипсам с переменной скоростью, двигаясь так, что радиус-вектор (прямая, соединяющая планету и Солнце) за равные отрезки времени заметает равные площади, и что квадраты периодов обращения двух планет относятся как кубы больших полуосей их эллиптических орбит [4, 5]. Ньютон, используя сформулированные им законы механики и предположение о гравитационной силе, обратной квадрату расстояния, не только объяснил найденные Кеплером закономерности движения планет, но и доказал, что эллипс — лишь частный случай любого конического сечения (им может быть также парабола, гипербола, окружность или прямая), по которому происходит движение двух гравитационно взаимодействующих тел (рис. 1). Разумеется, если речь идёт о длительном движении связанных, т. е. не улетающих далеко друг от друга тел, то это эллипс или его частный случай — окружность (а почему не отрезок прямой?).

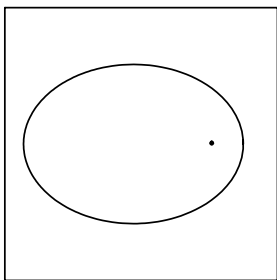


Любопытно, что закон Ньютона справедлив только в нашем, трёхмерном пространстве. Нам трудно представить себе другое пространство, но математики и физики оперируют с пространствами произвольного числа измерений: с 1-, 2-, 4-мерными, и

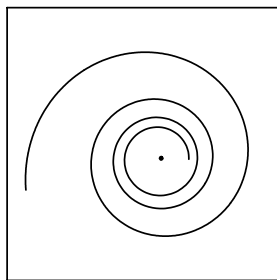
даже с пространствами большей размерности. Например, одна из последних теорий строения элементарных частиц утверждает, что мы живём в (не пугайтесь!) 506-мерном пространстве, но только три его координаты доступны нам как направления движения, ещё одна — это время, а остальные 502 настолько туго «свёрнуты в клубочек», что мы их не замечаем, а вот элементарные частицы при высоких энергиях — замечают. Но если бы мы жили в реальном, полноправном геометрическом пространстве большего или меньшего числа измерений, то закон притяжения имел бы иную форму. Легко понять, какую: если напряжённость физического поля, связанного с обменом стабильными частицами (фотонами, гравитонами и т. п.), проинтегрировать по поверхности, окружающей источник этого поля, то должна получиться константа — полный поток частиц.



а)  $F \sim \frac{1}{R}$

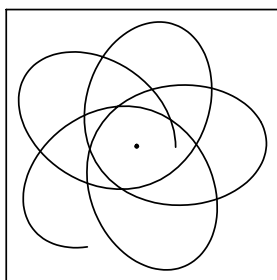


б)  $F \sim \frac{1}{R^2}$

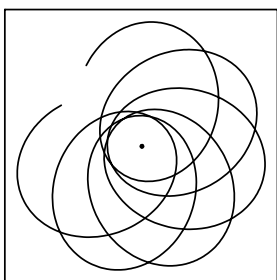


в)  $F \sim \frac{1}{R^3}$

Рис. 2. Смоделированные на компьютере траектории движения частицы, обращающейся вокруг центра притяжения под действием силы  $F \sim \frac{1}{R^n}$ . Значения  $n = 1, 2$  и  $3$  соответствуют ньютоновскому притяжению в физическом пространстве двух, трёх и четырёх измерений.



а)  $F \sim \frac{1}{R^{1,5}}$



б)  $F \sim \frac{1}{R^{2,2}}$

Рис. 3. Траектории частицы при  $n$  немного меньшем (а) или большем (б), чем 2, показывают направление поворота орбиты, близкой к эллиптической.

Значит, если бы мы жили в евклидовом пространстве  $N$  измерений (время — особая координата, здесь мы её не рассматриваем), то закон Ньютона имел бы форму

$$F \sim \frac{1}{R^{N-1}},$$

например, если бы мы жили в 4-мерном пространстве, то сила была бы обратно пропорциональна кубу расстояния.

Интересно, к чему бы это привело? Давайте менять показатель степени при  $R$  и смотреть, как будет двигаться пробное тело в этом случае. На рис. 2 показаны варианты такого движения для целого  $n = N - 1$ , а на рис. 3 — для нецелого  $n$  в законе

$$F \sim \frac{1}{R^n}.$$

Среди наших примеров только для ньютоновского притяжения ( $n = 2$ )



получилась простая замкнутая траектория. Быть может, вы угадаете ещё одно значение  $n$ , дающее эллиптическую траекторию? В чём отличие этого эллипса от кеплеровской орбиты?

При  $n < 3$  область движения частицы ограничена: хотя траектория не замкнута, частица не покидает области в виде кольца; такое движение можно считать устойчивым. При  $n \geq 3$  устойчивость исчезает: частица либо бесконечно удаляется от центра, либо падает в центр. При небольшом отличии  $n$  от 2 траектория имеет вид «розетки»; такую орбиту могло бы иметь тело, движущееся по эллипсу, ось которого непрерывно поворачивается. В случае  $n > 2$  поворот эллипса происходит в направлении движения частицы; в случае  $n < 2$  эллипс поворачивается в противоположном направлении. Далее мы увидим, что эти математические этюды имеют важный физический смысл.

## РЕАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПЛАНЕТ

Зачем мы «издевались» над простым и изящным законом Ньютона на  $\frac{1}{R^2}$ ? Дело в том, что, обращаясь к реальным небесным объектам, мы замечаем их отличие от идеальных сфер. Форма Земли или Солнца лишь в первом приближении похожа на сферу. Мы знаем, что Земля по причине вращения сплюснута вдоль полярной оси: расстояние между её северным и южным полюсами на 43 км меньше, чем между противоположными точками экватора. Из-за этого, к сожалению, теорема Ньютона в точности не выполняется, и Земля притягивает к себе не как помещённая в её центре массивная точка, а по более сложному закону. Приблизительно этот закон можно записать в форме, подобной форме ньютоновского закона:

$$F \sim \frac{1}{R^{2+\delta}},$$

где  $|\delta| \ll 1$  — маленькая добавочка, которая может быть положительной или отрицательной в зависимости от формы тела. Нарушается простота ньютоновского закона, а значит, нарушается и простота взаимного движения тел. Как мы видели, орбиты тел получаются незамкнутыми и гораздо более сложными, чем эллиптические.

Действительно, наблюдая движение планет и их спутников, астрономы обнаружили, что все небесные тела движутся не в точности по эллипсам, а скорее по «розеткам». Разумеется, это никого не удивило, поскольку, начиная с Ньютона, учёные ясно понимали, что простой эллипс, как и сама задача двух тел — лишь первое приближение к реальности. Приняв во внимание взаимное притяжение планет, обращающихся вокруг Солнца, удалось почти полностью объяснить форму их орбит. Орбиты спутников, близких к своим

планетам, в основном искажаются из-за несферичности планет, а на движение далёких спутников (в их числе — наша Луна) решающее влияние оказывает Солнце.

Используя законы Ньютона, астрономы XVIII—XIX веков достигли высочайшего искусства в предвычислении траекторий планет. Если наблюдаемое движение планеты отклонялось от расчётного, то виновника возмущений искали не в основах теории, а на небе — среди неоткрытых космических тел. Триумфом в этой работе стало теоретическое открытие планеты Нептун, которую «на кончике пера» обнаружили в 1846 году французский астроном У. Леверье и англичанин Дж. Адамс в поисках виновника возмущений в движении Урана.

Однако уже в XIX веке этой идиллии пришёл конец: когда точность астрономических расчётов возросла ещё немного, оказалось, что теория Ньютона не стыкуется с наблюдениями. По иронии судьбы, обнаружил это недавний триумфатор — Леверье, решивший после открытия Нептуна построить наиточнейшую теорию движения всех планет. Такую теорию он действительно построил, т. е. разработал аналитическую схему предвычисления положения планет; однако не всё в этой схеме получило физическое объяснение. Например, ближайшая к Солнцу планета Меркурий движется по довольно вытянутой эллиптической орбите, поворот оси которой легко заметить. Обычно астрономы выражают этот поворот как скорость углового перемещения перигелия — ближайшей к Солнцу точки орбиты. Наблюдения показывают, что перигелий Меркурия поворачивается на  $574''$  в столетие. Леверье доказал, что поворот на  $531''$  за 100 лет вызван влиянием других планет — в основном Венеры, Юпитера и Земли. Это 93% от наблюдаемого эффекта; казалось бы, можно радоваться. Но оставшиеся  $43''$  в столетие не давали астрономам покоя: сказывалась профессиональная гордость за пресловутую астрономическую точность [6—8].

Кстати, попробуйте сами догадаться, в каком направлении происходит движение перигелия Меркурия под влиянием окружающих планет. Для этого представьте все планеты «размазанными» вдоль их орбит. Меркурий при этом оказывается внутри кольца. Вспомнив теорему Ньютона о гравитации внутри сферы, определите характер поля внутри кольца. Теперь вам не составит труда найти знак  $\delta$  и, следовательно, знак выражения  $n - 2$ . Теперь посмотрите на рис. 3. Скажу по секрету, что перигелий Меркурия вращается в положительном направлении, т. е. в сторону движения самой планеты.

Обнаружив неувязку в движении Меркурия, Леверье решил, что ему вторично улыбнулась удача, как в случае с Нептуном. Он вычислил параметры неизвестной планеты, которая могла бы находиться внутри орбиты Меркурия и дополнительно возмущать его движение.

Позже эту гипотетическую планету назвали Вулканом. Её искали, но не нашли. Поэтому в конце XIX века небесная механика встала перед парадоксом: ньютоновская физика прекрасно объясняет движение всех тел Солнечной системы, кроме Меркурия.

Чтобы спасти физику, было предложено множество оригинальных гипотез; самые горячие головы даже покушались «на святое» — на закон гравитации Ньютона, предлагая его немного модернизировать. Действительно, движение Меркурия удавалось объяснить, если принять  $n = 2,000\,000\,16$ . Но чувство прекрасного не позволяло физикам без отвращения смотреть на закон гравитации в такой форме:

$$F = \frac{GM_1M_2}{R^{2,000\,000\,16}}.$$

К счастью, пришёл Эйнштейн и объяснил, что теория Ньютона — это лишь первое (и очень хорошее!) приближение к описанию природы, но, на самом деле, движение тел и их гравитационное взаимодействие устроены гораздо сложнее, чем это казалось до начала XX века.

## ТЕОРИЯ ЭЙНШТЕЙНА И СПЛЮСНУТОСТЬ СОЛНЦА

Вместо мелких поправок к ньютоновской теории Эйнштейн принёс с собой нечто совершенно новое, то, что мы сейчас называем общей теорией относительности (ОТО). К сожалению, эта теория очень сложна, и её нельзя представить в такой же замечательной форме, как ньютонову механику. Но зато она правильно описывает притяжение и движение тел. Когда на основе ОТО было вычислено движение Меркурия, в частности, поворот его эллиптической орбиты, то теория сошлась с наблюдениями с такой точностью, какую только могут дать современные астрономы. Даже значительно меньший эффект — поворот эллиптической орбиты Земли всего на  $4''$  в столетие — весьма точно объясняется в рамках ОТО [9].

Однако скучно жить без проблем, поэтому в замечательном согласии эйнштейновской физики с астрономическими наблюдениями тоже был усмотрен парадокс. Суть его в том, что все расчёты, как по Ньютону, так и по Эйнштейну, проводились для сферического Солнца, как будто бы вся его масса в центре. А ведь Солнце вращается, поэтому сферическим оно быть не может. Мы в телескоп наблюдаем вращение его поверхности, которая делает один оборот за 25,4 сут. Если с таким же периодом вращаются и недра Солнца, то фигура его должна быть сплюснутой с относительной разностью экваториально-го и полярного радиусов  $\frac{\Delta r}{r} \approx 10^{-5}$ . Но, вообще говоря, внутренности Солнца могут вращаться совсем не так, как поверхность; в астрономии этому есть немало примеров.

Ещё в 1960-е годы американский физик Роберт Дикке — один из создателей конкурирующей с ОТО релятивистской теории (скалярно-тензорная теория Бранса—Дикке) — обратил внимание на то, что формулы Эйнштейна используются для расчёта движения планет в предположении, что Солнце — шар, хотя это, очевидно, не так. А надо сказать, что даже для точечных и шарообразных тел вести расчёты на языке общей теории относительности — довольно трудоёмкое дело. Поэтому в первых расчётах, основанных на теории Эйнштейна, для облегчения вычислений все тела считались точками или шарами. А Дикке понял: раз Солнце вращается, значит нужно принять это во внимание и всё пересчитать заново! В 1960-е годы технические трудности релятивистских расчётов уже были преодолимы: появились компьютеры. Но нужно было точно знать, какова форма Солнца и как оно вращается. Теория Эйнштейна утверждает, что на силе притяжения объекта сказывается не только отличие его формы от идеального шара, но и характер вращения: даже у двух идеальных шаров тяготение будет разным, если один из них неподвижен, а другой вращается. Гравитационное поле вращающегося тела в рамках ОТО имеет «вихревой» компонент: оно не только притягивает соседнее тело, но и раскручивает его вокруг себя.

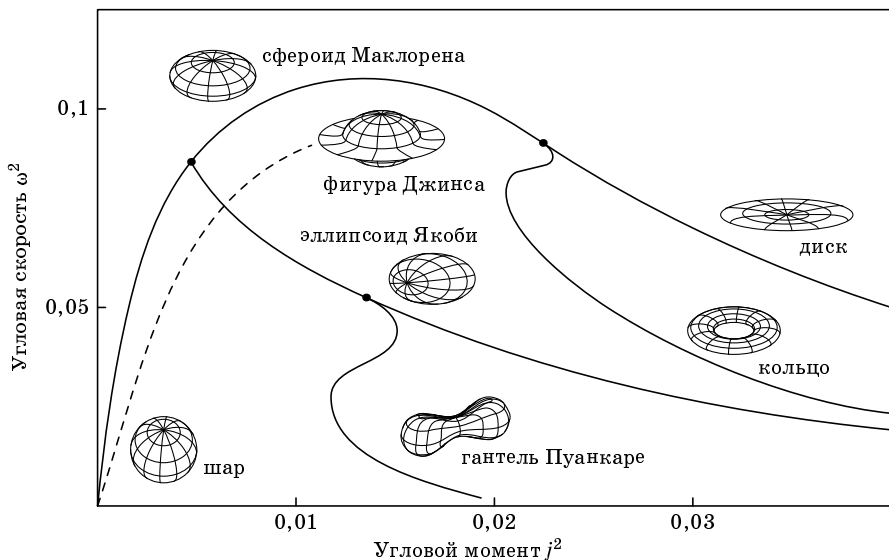


Рис. 4. Формы вращающихся тел. Указаны последовательности фигур равновесия несжимаемых, «жидких» тел (сплошные линии) и сжимаемых, газовых тел (пунктир). Оси вращения у всех фигур на рисунке расположены вертикально.

В 1969 году Роберт Дикке измерил форму Солнца и определил его сплюснутость  $\frac{\Delta r}{r} \approx 5 \cdot 10^{-5}$ . Для медленно вращающегося Солнца это непомерно большая сплюснутость, но Дикке указал, что недра Солнца могут вращаться значительно быстрее поверхности. Если основная масса нашей звезды совершает оборот менее чем за 2 сут., то центробежная сила деформирует её именно так, как показали измерения Дикке [10]. В окрестности сплюснутого Солнца закон притяжения, как мы знаем, отличается от  $\frac{1}{R^2}$ , причём не только в эйнштейновской, но и в ньютоновской теории. Если учесть классический вклад «солнечной фигуры» в движение перигелия Меркурия, то остающаяся релятивистская поправка уже не совпадает в точности с предсказанием ОТО, а скорее подтверждает (как вы уже, наверное, догадались) теорию гравитации Бранса—Дикке.

Правда, проведённые позже другими исследователями измерения фигуры Солнца не подтвердили его сильную сплюснутость. До конца эта проблема не решена до сих пор. Уже многие годы над ней работают астрономы и физики: одни изучают Солнце, измеряют скорость его вращения и степень сплюснутости, другие рассчитывают движение планет вокруг вращающейся и сжатой звезды. Обе эти задачи чрезвычайно интересны.

### ЖИДКИЕ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

Раз уж мы заговорили о вращающихся телах, о том, что их притяжение значительно сложнее, чем у точечных масс, поговорим же и о том, во что превращаются вращающиеся тела, если их раскручивать всё быстрее и быстрее. На рис. 4 показана довольно любопытная последовательность фигур равновесия самогравитирующих тел. Странным словом «самогравитирующее» обозначают тот факт, что тело подвержено только действию собственной силы тяжести, которой противостоит внутреннее изотропное давление. Рисунок построен в координатах «квадрат безразмерного углового момента  $j$  — квадрат безразмерной угловой скорости  $\omega$ »:

$$j = \frac{J \rho^{1/6}}{2M^{5/3} \sqrt{\pi G}}, \quad \omega = \frac{\Omega}{\sqrt{4\pi G \rho}},$$

где  $M$ ,  $\rho$ ,  $J$  и  $\Omega$  — масса, плотность, момент импульса и угловая скорость вращения тела. Линии на рисунке показывают решения уравнений равновесия, т. е. указывают, с какой угловой скоростью будет стационарно вращаться тело, обладающее определённым моментом импульса. Сплошными линиями указаны решения для жидких тел. Почему жидких? Это удобная абстракция: идеальная жидкость под

давлением не меняет свою плотность, но при изменении вращения меняет форму: поверхность жидкости всегда перпендикулярна сумме всех действующих на неё сил (включая центробежные). При этом уравнения равновесия решаются сравнительно легко ( $\rho = \text{const}$ ), а некоторые космические тела, например, планеты, действительно можно считать жидкими, поскольку их плотность слабо меняется с глубиной. Но для нормальных звёзд эта абстракция уже не подходит: плотность их вещества очень сильно меняется от центра к поверхности. Поэтому для них рассчитана последовательность фигур сжимаемых тел (фигуры Джинса).

Сначала представим себе совсем не вращающееся жидкое тело, обладающее гравитацией. Разумеется, оно шарообразно. Начнём раскручивать тело, сообщая ему всё больший угловой момент. При этом угловая скорость тела начинает расти, а его фигура становится всё более и более сплюснутым эллипсоидом вращения, который по традиции называют сфероидом Маклорена. Эволюционируя вдоль последовательности Маклорена, тело достигает точки максимума угловой скорости. При дальнейшем увеличении углового момента наш эллипсоид настолько уплощается, что начинает быстро возрастать его момент инерции (за счёт удаления массы от оси вращения), а угловая скорость вращения при этом уменьшается. Тело становится всё более плоским и похожим на диск.

Вам может показаться, что в приложении к космическим телам наше исследование лишено смысла: где это видано, чтобы кто-то раскручивал планету или звезду. Замечу, что иногда бывают ситуации, когда взаимодействие двух близких тел (например, планеты и её спутника) приводит к существенному изменению их момента импульса. Но чаще тела действительно сохраняют свой момент, однако заметно изменяют свою плотность. Например, в ходе формирования звезды из разреженного облака её размер уменьшается почти в миллион раз, а плотность возрастает в  $\sim 10^{17}$  раз! Математически это эквивалентно росту  $j$ . Докажите сами, что и движение вдоль последовательности Маклорена при этом происходит от шара к диску. Продолжим наш мысленный эксперимент.

На рисунке мы видим, что от последовательности фигур Маклорена в двух точках, называемых точками бифуркации, отходят новые кривые. Это также последовательности фигур равновесия, которые были открыты позже, чем сфероид Маклорена. Если мы сообщим телу момент импульса чуть больший, чем у первой точки бифуркации, и немножко возмутим его форму, оно может скачком превратиться из «тыквообразного» сфероида Маклорена в «дынеобразный» эллипсоид Якоби, т. е. станет не сплюснутым, а вытянутым и будет устойчиво вращаться вокруг оси, перпендикулярной направлению этой вытяну-

тости. Если раскручивать тело сильнее, то оно будет становиться всё более вытянутым, пока не превратится в длинную спицу.

Вторая точка бифуркации на кривой Маклорена связана с превращением диска в кольцо. При определённом моменте выше критического диск становится неустойчивым: за счёт центробежных сил вещество из его серединки может в какой-то момент отскочить к периферии, и получится кольцо. Казалось бы, это математическая экзотика, но совсем недавно в космосе, среди формирующихся звёзд были обнаружены именно такие объекты.

На линии Якоби мы также видим точку бифуркации. У сильно вытянутого эллипсоида при моменте импульса больше некоторого критического вещество может из центра отойти к краям, создав в центре «перемычку», аналогичную дырке в кольце. Получается гантелеобразная фигура — гантель Пуанкаре.

Почти каждая из представленных здесь фигур носит имя известного математика или физика. Видите, как просто можно прославить своё имя в науке: достаточно найти новую фигуру равновесия вращающегося тела. Советую попробовать. Впрочем, пробовали уже многие: на рисунке представлены далеко не все возможные формы вращающихся жидких тел; но вы уже видите, насколько сложны могут быть эти формы. А ведь любая из них может быть присуща как планете, так и звезде; а это значит, что их соседи-спутники будут взаимодействовать не с материальной точкой, а например, вот с такой бешено вращающейся гантелью. Представляете, какая интересная задача для математика — исследовать движение спутника такой гантели?

## ГАЛАКТИКИ

Все окружающие нас звёзды живут в огромной системе под названием Галактика. В ней сотни миллиардов звёзд, и каждая из них, в том числе и Солнце, движется хаотически, поскольку её притягивают миллиарды постоянно изменяющих своё положение светил. За исключением нескольких ближайших соседей, способных своим притяжением кардинально изменить траекторию звезды, все остальные далёкие звёзды можно уподобить непрерывной среде, «звёздному газу», заполняющему объём Галактики. Однако её форма настолько отлична от сферы, что орбиты большинства звёзд даже отдалённо не напоминают классические эллипсы Кеплера.

Орбита звезды, движущейся в Галактике, так сложна, что изобразить её на плоскости очень трудно — это уже не «розетка», а истинная «роза». Обычно это делают в два приёма: изображают проекцию орбиты на плоскость галактического экватора (получаются кривые, весьма похожие на рис. 3, *a*) и на сопутствующую звезде меридианную

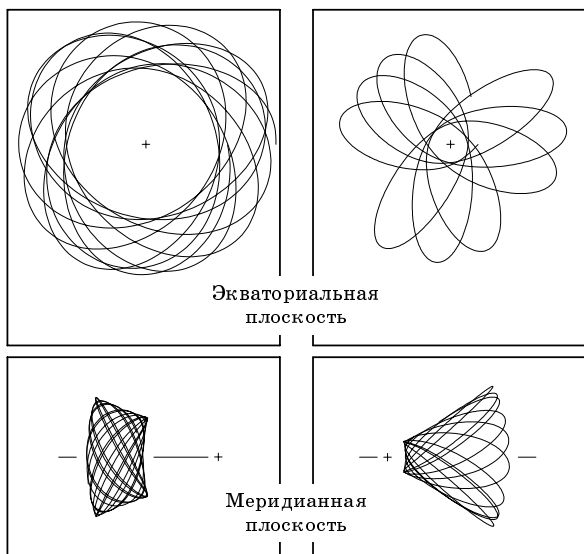


Рис. 5. Траектории произвольных звёзд в Галактике. Сверху — в проекции на плоскость галактического экватора; снизу — в проекции на меридианную плоскость. Звёзды имели одинаковое начальное положение, но разные скорости и совершили по 10 оборотов вокруг центра Галактики.

плоскость, перпендикулярную экваториальной (рис. 5). Чтобы освоиться с этими координатами, попробуйте сами нарисовать на меридианной плоскости траекторию звезды, движущейся в плоскости галактического экватора по круговой орбите; по розеткообразной орбите. Напомню, что такую траекторию звезда выписывает под действием притяжения всех далёких звёзд Галактики, распределение которых в пространстве мы считаем стационарным и усреднённым («размазанным»), как у жидкого или твёрдого тела, когда мы забываем о существовании отдельных атомов. А ведь существуют ещё случайные сближения с соседними звёздами, массивными звёздными скоплениями и облаками межзвёздного газа, которые могут изменять траекторию нашей звезды самым непредсказуемым образом, иногда настолько сильно, что звезда вообще покидает систему (приблизительно за каждую тысячу лет наша Галактика теряет таким образом одну звезду).

Имея в виду хаотическую траекторию каждой звезды, казалось бы, надо ожидать, что и вся звёздная система будет бесформенной, похожей на кисель. Детали строения нашей собственной Галактики мы знаем пока недостаточно хорошо. Но вокруг нас есть множество подобных звёздных систем, в принципе, таких же, как наша Галактика. Мы смотрим на соседние галактики снаружи и видим у многих из них чрезвычайно регулярный звёздный узор. Представьте: сотни миллиардов звёзд, каждая из которых движется беспорядочно, а все вместе



они по какой-то не совсем понятной причине образуют весьма правильную спиральную картину (см. фото на обложке). Возникает впечатление, что существуют факторы, согласующие движение звёзд, что происходит их самоорганизация. Словом, галактики убеждают нас в том, что в хаосе звёздного движения наблюдается какая-то система. Выяснить, какая именно, — достойная задача для математика.

Замечу, что подходы к решению этой задачи возможны самые разные. Можно вообще не учитывать взаимодействие звёзд друг с другом и рассматривать чисто кинематическую задачу: вращающаяся головка поливальной установки рождает спиральные струи воды без всякой самоорганизации частиц. На этом пути были и неудачные идеи: например, выброс вещества спиральных рукавов из вращающегося ядра галактики (как воды из поливальной установки). Но на этом же пути удалось понять рождение спиральных рукавов у двойных галактик, создающих приливное искажение формы друг у друга.

Но более перспективной всё же видится самоорганизация частиц, пример которой даёт волновое движение. Средой для распространения волн в диске галактики могут быть как звёзды, так и межзвёздный газ. На этом пути создано несколько теорий. Например, в 1970-е годы советский астрофизик А. М. Фридман усмотрел, что уравнения движения вещества в диске галактики по форме напоминают уравнения, описывающие движение волны в тонком слое жидкости, когда длина волны меньше глубины водоёма. Физики называют это волнами на мелкой воде. Поскольку на компьютере тогда невозможно было моделировать движение миллионов звёзд галактики (такие компьютеры и сейчас — большая редкость), сразу родилась идея моделировать спиральный узор галактики... в блюде с водой. Налили в специальное блюдо тонкий слой воды, закрутили его и по воде действительно побежали спиральные волны. К сожалению, повторить — не значит понять. Теория волн на мелкой воде многого не может объяснить, но позволяет создать из блюдечка с водой своеобразный аналоговый компьютер и повторить некоторые интересные эффекты, наблюдаемые в дисках галактик.

---

А вот ещё один пример самоорганизации в объекте, который не так далёк от нас, как галактики.

## КОЛЬЦА САТУРНА

Кольца вокруг Сатурна (фото I) — это рой мелких пылинок, снежинок и камушков размером до десяти-двадцати метров... Отношение диаметра колец Сатурна к их толщине — сто тысяч к одному. Это

гораздо больше, чем отношение размера тетрадного листа бумаги к его толщине. Подлетая к Сатурну и разглядывая его кольца (фото II), можно заметить удивительную вещь: оказывается, это не сплошное месиво частиц, а высокоорганизованный набор из тоненьких колечек, разделённых пустыми промежутками. А ведь колечки — это просто траектории, по которым летят камушки и пылинки; а промежутки — это области, которых орбиты избегают. Но по какой причине?

Напрасно это явление пытались объяснить действием магнитных и электрических сил — нет, это чисто гравитационный эффект. Но почему гравитация организовала движение вещества в кольцах Сатурна таким сложным образом, до сих пор не вполне ясно [11].

## ЗВЁЗДНЫЕ СКОПЛЕНИЯ

Только в одной нашей Галактике сотни миллиардов звёзд. Мы хотим знать, как живут звёзды, как организована звёздная Галактика, но надо ли для этого изучать каждую звезду? Не только изучить, но даже переписать все звёзды Галактики невероятно сложно. Буквально недавно астрономы составили каталог, содержащий самые элементарные данные (координаты и яркость) около 500 млн. звёзд. И это считается большим достижением. Остальные же сотни миллиардов светил — 99,5% от их полного числа в Галактике — пока для нас безымянны и на картах не обозначены. Следует ли из этого, что мы не можем судить о жизни Галактики? Вовсе нет.

Подобно тому, как социолог исследует общественное мнение миллионного населения страны путём опросов тысяч случайных людей, или как генетик изучает действие наследственности на потомках нескольких семей, точно так же и астроном многое узнаёт о жизни звёзд, изучив подробно лишь несколько небольших звёздных групп. Такие группы, или семейства генетически связанных звёзд называют звёздными скоплениями или ассоциациями. Различие между ними в том, что в скоплениях плотность звёзд заметно выше, чем в среднем по Галактике, и поэтому взаимная гравитация долго удерживает эти звёзды вместе (фото III), а в ассоциациях родственные звёзды далеки друг от друга и основательно перемешаны с другими звёздами Галактики. Фактически, звёздные ассоциации — это распадающиеся звёздные скопления.

Совсем не просто установить, что данная группа звёзд живёт единым семейством. При наблюдении неба все звёзды кажутся удалёнными от нас на одинаковое расстояние, хотя в действительности это не так. Случайную флуктуацию числа звёзд на квадратике неба легко можно принять за скопление, поэтому требуется измерить расстояние до каждой из звёзд, чтобы надёжно доказать их взаимную близость

в пространстве. Такая работа проводится, и вот что выясняется: чем моложе звёзды, тем большая их часть объединена в скопления и ассоциации. Интересно, почему это так? Например, когда мы идём вечером по улице и видим группу молодых людей, то думаем: «Неспроста это!». То же самое думает астроном, когда видит группу живущих по соседству и не разлетающихся друг от друга звёзд: «Неспроста они вместе, что-то в их истории есть общего, что связывает их». Теория убеждает нас в том, что почти невероятно объединение случайно блуждающих звёзд в гравитационно связанный объект; напротив, весьма вероятно, что они родились вместе и в дальнейшем не расставались. Поэтому, изучая звёздные скопления, мы очень много узнаём о том, где и как рождаются звёзды, почему это происходит, каковы физические механизмы этого явления... Сейчас уже ясно, что значительная доля звёзд рождается семействами, которые затем постепенно распадаются. Понять, почему это происходит — задача для специалистов по звёздной динамике.

Среди различных звёздных скоплений с наибольшим вниманием астрономы изучают самые массивные, так называемые *шаровые* скопления, содержащие до нескольких миллионов звёзд. Если вы посмотрите на фотографию такого скопления (фото IV), то у вас не возникнет сомнения, что эти звёзды живут вместе, что это не случайная флуктуация на фоне звёздного неба, а настоящий звёздный город. Шаровые скопления наиболее интересны для астрономов, поскольку они очень устойчивые, населяющие их звёзды очень старые — в несколько раз старше нашего Солнца, а значит, они помнят гораздо более древние эпизоды истории, чем Солнце и его планеты.

## Эволюция шаровых скоплений

Миллион звёзд. Как изучать их взаимное влияние и движение в пространстве? До последних лет не было компьютеров, которые могли бы справиться с решением нескольких миллионов дифференциальных уравнений, описывающих движение этих звёзд. Недавно такой компьютер создан в Японии. Разумеется, это не универсальный компьютер, а специализированный, на нём нельзя играть в шахматы или ходить по Интернету, эта машина предназначена только для решения дифференциальных уравнений, описывающих движение звёзд в скоплении. Но уж это она умеет делать замечательно быстро и может проследить движение миллионов взаимодействующих звёзд на отрезках времени в миллиарды лет.

Конечно, в ожидании суперкомпьютера специалисты по звёздной динамике не сидели, сложа руки. Они исследовали эволюцию звёздных скоплений так же, как физики изучают поведение атомов

в макроскопическом теле: описывается не каждый атом или молекула, которых неизмеримо много, а их средние параметры. Правда, звёзды не настолько похожи друг на друга, как атомы одного химического элемента, составляющего тело. Звёздное скопление больше напоминает «коктейль» из всей таблицы Менделеева: по массам и размерам звёзды различаются в сотни раз. Но в первом приближении их можно считать одинаковыми, а затем постепенно уточнять картину. На этом пути астрономы продвинулись весьма далеко: уподобив звёздное скопление газовому облаку, где каждая молекула — звезда, удалось ещё в 1940-е — 1960-е годы аналитически понять структуру скоплений и основные моменты её эволюции. Появление первых компьютеров в 1970-е — 1980-е годы позволило уточнить эту картину, учтя различие звёзд по массе (различие размеров звёзд большого значения не имеет, поскольку сближаются, а тем более — сталкиваются они очень редко). Расчёты на супермощных компьютерах пока лишь подтверждают полученные ранее результаты, что само по себе приятно. В полной мере всю мощь новой техники, вероятно, удастся продемонстрировать при исследовании экзотических ситуаций, например, при расчёте эволюции плотных ядер галактик, в которых звёзды с огромными скоростями сталкиваются друг с другом, слипаясь или разрушаясь при этом; где они разрываются приливными силами гигантских чёрных дыр и поглощаются ими. Только подробный численный анализ сможет прояснить ситуацию в таких условиях. Но это дело будущего. А пока познакомимся с базовыми процессами, происходящими в звёздных скоплениях.

Гравитационное взаимодействие звёзд друг с другом вызывает обмен механической энергией между ними. Сближаясь в пространстве, две звезды взаимно возмущают движение друг друга и, пролетев по гиперболическим траекториям, вновь расходятся «на бесконечность», но уже изменив свою кинетическую энергию: в зависимости от соотношения масс и скоростей одна из звёзд приобретает, а другая — теряет энергию. В результате многочисленных взаимодействий звёзды в скоплениях, как и молекулы в газе, стремятся к равномерному распределению энергии, когда все звезды в среднем имеют одинаковую кинетическую энергию. Однако на этом аналогия между молекулами и звёздами заканчивается.

Когда в баллоне с газом среди молекул устанавливается равномерное распределение энергии, система молекул приходит в стационарное состояние, которое уже не меняется. Однако звёздное скопление, лишённое стенок, в принципе не может быть стационарным: звёзды с большими скоростями вылетают из него и уже не возвращаются, а причины для приобретения больших скоростей у звёзд всегда есть. В основном их три.

Во-первых, кинетическая энергия равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

а поскольку звёзды различаются по массе, то даже при одинаковом значении  $E_k$  они имеют разную скорость: лёгкие движутся быстрее.

Во-вторых, статистическая физика учит нас, что в стационарном состоянии не все частицы имеют одинаковую (среднюю) энергию: встречаются также менее и более энергичные частицы, поскольку обмен энергией — процесс случайный и, в принципе, результат может быть любой. Стационарное распределение по энергии описывается формулой Максвелла:

$$dN \sim e^{-(v/v_m)^2} v^2 dv,$$

где  $dN$  — число частиц в интервале скоростей от  $v$  до  $v + dv$ , а  $v_m$  — наиболее вероятная скорость, близкая к средней арифметической (рис. 6).

В-третьих, кроме эпизодов парного взаимодействия, когда сближаются и обмениваются энергией две звезды, возможны эпизоды тесного взаимодействия трёх и более звёзд. При этом реализуются разнообразные варианты: например, две звезды объединяются в медленно движущуюся гравитационно связанную двойную систему, а третья звезда, унося энергию связи, «выстреливается» прочь. Для тех, кто знаком с процессами ионизации и рекомбинации атомов, нетрудно будет представить и другие варианты тройного взаимодействия звёзд.

Итак, звёзды в скоплении постоянно изменяют свою энергию и скорость. Для молекул газа это не страшно, но для звёзд — фатально. Вспомните, как мало различие между первой и второй космическими скоростями: при скорости

$$V_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

спутник движется вокруг Земли по стационарной круговой орбите, а уже при скорости

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

навсегда по параболе покидает Землю. Ещё хуже заканчивается для

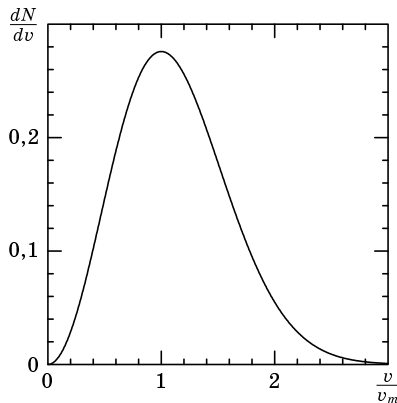


Рис. 6. Стационарное распределение молекул идеального газа по абсолютной величине их скорости — распределение Максвелла. Оно напоминает щиплющего травку динозавра с бесконечно длинным хвостом.

спутника небольшое уменьшение скорости — он падает. То же самое происходит и в звёздном скоплении. Если звезда немного уменьшит свою скорость, то ей уже не удержаться на своей орбите, и она начинает падать к центру скопления, как спутник на Землю. Поэтому массивные звёзды, обмениваясь с более лёгкими звёздами кинетической энергией, тормозятся и направляются к центру скопления, а менее массивные, напротив, увеличивают скорость и направляются к внешним частям скопления или вообще покидают его. По мере эволюции звёздного скопления более массивные звёзды опускаются к центру, а менее массивные занимают удалённое положение; изначально однородное звёздное скопление начинает расслаиваться: у него формируется плотная центральная часть — ядро — из более массивных звёзд и обширная периферия — «корона» — из лёгких звёзд.

Расчёты показали, что центральная часть скопления должна за конечное время сжиматься до нулевого размера и бесконечной плотности. Когда этот теоретический результат был получен, астрономов очень заинтересовало, а что же происходит в действительности в центре звёздного скопления, когда теряющие энергию звёзды подходят близко друг к другу. Ведь в природе не бывает бесконечностей, это всего лишь математическая абстракция. По поводу уплотняющихся ядер звёздных скоплений высказывались разные идеи: одни говорили, что звёзды будут сталкиваться и разрушать друг друга, другие, что сталкиваться и слипаться друг с другом, и при этом из многих звёзд получится одна большая звезда. Но такая сверхзвезда — конгломерат из сотен слившихся вместе звёзд — представляла бы собой чрезвычайно эффектное зрелище, а такого в звёздных скоплениях никто никогда не наблюдал. В нашей Галактике около 150 шаровых скоплений, и ни у одного из них в центре нет суперзвезды. Значит, простые модели не учитывают какие-то важные особенности звёздных скоплений. Какие же именно?

### ПРИЛИВНЫЙ ЭФФЕКТ

Выяснилось, что представление звёзд в виде точечных масс было чересчур грубым для наших моделей: такие звёзды обменивались энергией, но в сумме не теряли её, а в действительности это не всегда так. Рассмотрим близкий пролёт двух звёзд. Если в процессе сближения они остаются шарообразными, то притягиваются по закону Ньютона, а значит движутся по гиперболическим траекториям и после сближения вновь расходятся «на бесконечность». На самом же деле взаимное приливное влияние искажает форму звёзд — они становятся вытянутыми эллипсоидами. Для иллюстрации будем считать, что

одна из звёзд очень массивная, жёсткая и неподвижна, а вторая звезда подлетает к ней издалека (рис. 7).

Сначала подлетающая звезда была шарообразна, но приближаясь к массивной соседке, она вытягивается вдоль соединяющей их прямой. Этот эффект как раз и называют *приливным*: по аналогичной причине на Земле происходят морские приливы и отливы [12]. Луна притягивает Землю (конечно, и Земля также притягивает Луну, но нас сейчас интересует не это), расстояние от Луны до ближайшей к ней точки Земли меньше, чем до самой удалённой, поэтому на более близкие области Земли действует бóльшая сила притяжения, чем на далёкие, а значит, ближняя к Луне часть земной поверхности имеет наибольшее ускорение в сторону Луны. Таким образом, Луна не просто притягивает Землю, но и деформирует её: земной шар стремится принять форму эллипсоида, вытянутого в направлении Луны. Океаны легче поддаются внешнему влиянию, чем твёрдое тело Земли, поэтому они сильнее «отрабатывают» приливный эффект. Планета вращается, а приливные выступы остаются ориентированы по линии Земля—Луна. Поэтому по поверхности Земли непрерывно катятся две волны, составляя океан и (в гораздо меньшей степени) твёрдое вещество совершать с периодом чуть более 12 часов колебательное движение: прилив — отлив, прилив — отлив... Кстати, вопрос: а почему этот период не равен в точности 12 ч?

То же самое происходит со звёздой, которая приближается к другому светилу. Она вытягивается приливом, а поскольку звёзды движутся, приливный горб пытается отследить направление между ними. Но в силу инерции и вязкости горб не может точно следовать повороту радиус-вектора звёзд: он сначала запаздывает, а затем опережает его. В результате взаимодействие происходит не по ньютонову закону: более близкий горб притягивается сильнее, чем более далёкий, а значит, есть составляющая силы притяжения, тормозящая движение звезды по орбите и уводящая её с простой гиперболической траектории. Звезда переходит на эллиптическую орбиту и оказывается навсегда «привязанной» к той звезде, с которой она случайно сблизилась. Так из двух одиночных звёзд может образоваться двойная система.

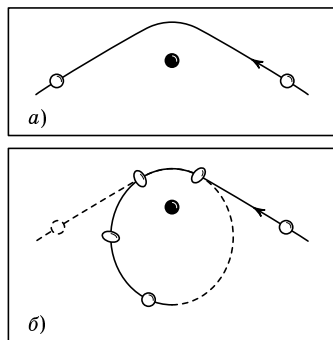


Рис. 7. Близкий пролёт двух звёзд без учёта (а) и с учётом (б) приливного эффекта. Для простоты одна из звёзд изображена неподвижной и абсолютно жёсткой, недеформируемой.

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОДИНОЧНЫХ И ДВОЙНЫХ ЗВЁЗД

Формирование двойных звёзд способно серьёзно повлиять на эволюцию звёздного скопления в период сжатия его ядра. Объединившиеся в двойные системы звёзды весьма своеобразно взаимодействуют друг с другом и с одиночными звёздами скопления, заставляя их двигаться всё более и более интенсивно. Специалисты по звёздной динамике провели множество численных экспериментов, заставляя одиночные звёзды пролетать мимо двойной системы. Оказалось, что результат пролёта зависит от того, насколько сильно связаны друг с другом компоненты двойной системы. Если орбитальная скорость компонентов двойной системы меньше скорости, с которой на них налетает третья, одиночная звезда, то их встреча в большинстве случаев заканчивается распадом системы: все три звезды разлетаются по независимым траекториям. На языке физиков этот процесс можно назвать ионизацией: пролетающий мимо атома электрон, если сближение происходит с большой скоростью, может ионизовать атом, т. е. оторвать один из его электронов; в результате вместо двух свободных частиц получается три — ион и два электрона, однако их скорости уменьшаются, поскольку часть кинетической энергии ушла на отрыв электрона.

Физикам известен и обратный процесс — так называемый удар второго рода, когда пролетающий рядом с возбуждённым атомом электрон получает дополнительную энергию за счёт того, что атом переходит из возбуждённого в основное состояние, т. е. электрон в нём опускается на более низкую орбиту. Вы уже догадались, что такой же процесс оказался возможен и в звёздной динамике: если одиночная звезда пролетает мимо двойной системы, компоненты которой тесно связаны и быстро движутся, то, скорее всего, после такой встречи двойная система сохранится, станет ещё более связанной, с ещё большей орбитальной скоростью, а разницу в энергии унесёт с собой налетавшая одиночная звезда, которая после этой встречи увеличит свою скорость. Напомню: энергия гравитационной связи двух частиц равна

$$E_g = \frac{Gm_1m_2}{R}.$$

Можно сказать, что компактные, хорошо связанные двойные звёзды после встречи с одиночными становятся ещё лучше связаны; а рыхлые, широкие, слабо связанные двойные системы после таких встреч обычно распадаются. Как говорится, богатые становятся богаче, а бедные — беднее.

Помимо упомянутых вариантов взаимодействия одиночной звезды и двойной системы, численные эксперименты указали и другие



возможности. Например, иногда происходит обмен компонента, когда в двойной системе заменяется одна из звёзд. Любопытно, что в большинстве случаев лёгкая звезда заменяется более массивной («толстые становятся толще»?). Очень интересно наблюдать столкновение двух двойных звёзд. Но оставим эту тему: вы без труда сможете сами осуществить такие эксперименты на персональном компьютере. Следите только, чтобы звёзды не сталкивались «в лоб», а то не миновать космической катастрофы (я имею в виду деление на ноль).

Теперь сведём воедино то, что мы узнали о приливном механизме формирования двойных звёзд и о взаимодействии одиночных звёзд с двойными. Приливный механизм приводит к формированию только очень плотных двойных систем, поскольку он «включается» только при тесном сближении двух звёзд. Плотные системы не распадаются, а при каждой встрече с одиночными звёздами передают им часть своей энергии и заставляют их двигаться более интенсивно. Это и есть тот самый эффект, который не позволяет центральным областям звёздных скоплений сжаться до «бесконечной» плотности. Когда в ядре звёздного скопления плотность возрастает, звёзды там начинают чаще встречаться друг с другом, чаще образуют двойные системы, которые начинают «разгонять» одиночные звёзды, и те выскакивают из этой плотной области, уходят на периферию скопления. Двойные могут выбрасывать и друг друга. Если продолжить аналогию звёздного скопления с газовым облаком, то двойные звёзды играют в скоплении роль источника тепла, не позволяющего сжиматься облаку. Попробуйте сами продолжить эту аналогию, вспомнив строение звезд (ведь это тоже газовое облако) и источник её стабильности — термоядерные реакции, происходящие в ядре. Что общего между формированием двойных звёзд в шаровом скоплении и превращением водорода в гелий?

## ИСПАРЕНИЕ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ

На периферии скопления звёзды довольно слабо связаны силой гравитации с остальными членами скопления; в результате их взаимодействия друг с другом то одна звезда, то другая теряют связь со скоплением и уходят от него навсегда в глубины Галактики. Физик назвал бы это *испарением*. Действительно, оставьте открытое блюдце с водой, и через неделю вы обнаружите его сухим: двигаясь хаотически и обмениваясь энергией, молекулы вылетают с поверхности воды и практически уже никогда не возвращаются обратно. Это и есть испарение. Поэтому можно говорить и об испарении звёздных скоплений.

Чтобы лучше понять звёздно-динамические процессы, задумаемся на минуту, почему испаряется жидкость. Если бы у всех молекул

было достаточно энергии, чтобы покинуть друг друга, то это была бы уже не жидкость, а газ — облачко пара, вырвавшееся из котла, чтобы тут же рассеяться. Значит, в жидкости мало молекул, способных её сразу покинуть. Когда они вылетят, то, казалось бы, таких молекул не останется вовсе, и испарение прекратится. Но это не так. Мы знаем, что случайное взаимодействие частиц не просто выравнивает их скорости, а устанавливает максвелловское распределение по скоростям, при котором всегда есть как медленные, так и быстрые частицы, причём со стороны больших скоростей предела нет (см. рис. 6). Когда быстрые молекулы покидают ансамбль, равновесие нарушается, и новые молекулы через некоторое время (называемое *временем релаксации* системы) вновь заполняют область высоких скоростей, называемую в шутку «максвелловским хвостом». Разумеется, и эти молекулы быстро покидают ансамбль, т. е. улетучиваются. Для системы это не проходит бесследно: если из ансамбля «эмигрируют» самые шустрые, то средняя энергия (т. е. температура) оставшихся понижается. Без притока внешней энергии этот процесс сам себя останавливает. В комнате испарение продолжается, потому что вода в блюде черпает энергию из окружающего пространства. А в звёздном скоплении?

Большую часть жизни звёздное скопление проводит в уединении и его можно считать изолированным. Не имея внешнего источника энергии, скопление вынуждено пользоваться внутренним, т. е. собственным гравитационным полем. Когда «горячие» звёзды покидают скопление, оставшиеся, более «холодные» (т. е. медленно движущиеся) немного приближаются к центру и за счёт этого «разогреваются». В результате скопление, теряя звёзды, не только сохраняет, но даже немного увеличивает свою «температуру», отчего темп потери звёзд возрастает ещё сильнее. Этот, на первый взгляд, парадоксальный факт окрестили *отрицательной теплоёмкостью звёздных скоплений*.

Впрочем, бывают ситуации, когда звёздное скопление находит и внешний источник энергии. Например, близкий пролёт мимо или сквозь массивное облако межзвёздного вещества вызывает приливный «гравитационный удар» по скоплению, в результате которого его звёзды начинают двигаться интенсивнее. Подобные удары скопление ощущает всякий раз, когда пролетает сквозь область неоднородного гравитационного поля: например, проходя вблизи ядра Галактики или сквозь галактический диск. Такие эпизоды ускоряют испарение скоплений. В результате скопление постоянно теряет звёзды, а взять новые — неоткуда. Поэтому рано или поздно каждое звёздное скопление истощается и погибает.

Продолжительность жизни звёздного скопления определяется временем его релаксации: чем оно короче, тем быстрее насыщается

«максвелловский хвост» быстрыми звёздами, которые тут же покидают скопление. Наблюдения показывают странную, на первый взгляд, дихотомию: в галактическом диске в основном встречаются скопления звёзд с малыми временами релаксации, а в окружающем диск гало почти все скопления имеют очень большие времена релаксации. Напомню, что в диске сосредоточены остатки межзвёздного вещества, из которого в нынешнюю эпоху формируются звёзды и их скопления, а гало населено очень старыми звёздами, образовавшимися в период ранней молодости Галактики. Имея в виду звёздные скопления, можно сказать, что среди стариков мы встречаем одних долгожителей, а среди молодёжи — в основном «дохлячков». Но ведь это совсем не странно: лишь те скопления прожили миллиарды лет, которые с самого начала имели большие времена релаксации, а их современники с короткими временами давно уже исчезли. Справедливость такого вывода совсем недавно подтвердилась наблюдениями: среди звёзд галактического гало были выявлены группы светил, движущихся по сходным орбитам. Вероятно, это остатки не очень давно распавшихся скоплений.

Астрономы обнаружили в Галактике около 150 шаровых скоплений, а всего их, по-видимому, не более 200. Это удача, что мы ещё застали «последних из могикан», современников формирования Галактики; через несколько десятков миллиардов лет из них не останется ни одного. Что тогда будут делать астрономы, кто им расскажет о днях бурной молодости Галактики? Впрочем, астрономам ещё повезло: например, последний динозавр вымер раньше, чем на свете появился первый биолог. А у нас, астрономов, в запасе ещё десятки миллиардов лет до тех пор, пока испарится последнее звёздное скопление.

## Линии жизни шаровых скоплений

Нетрудно рассчитать, как быстро испаряются скопления, и проследить в будущем судьбу каждого из них. Оказывается, процесс испарения идёт быстрее в компактных, но не очень массивных звёздных скоплениях: в них звёзды чаще встречаются друг с другом, но движутся медленно, и поэтому при встрече успевают сильнее искривить траекторию друг друга: отсюда — короткое время релаксации и быстрое испарение скопления. А в массивных и рыхлых системах звёзды летают довольно быстро, но встречаются не часто; такие скопления живут дольше.

Компактность или рыхлость скопления обусловлена местом его рождения. Ведь Галактика — массивный конгломерат, который своим притяжением деформирует звёздное скопление; чем ближе оно к

центру Галактики, тем должно быть компактнее, чтобы противостоять приливному эффекту, способному разорвать скопление. Но, с другой стороны, чем скопление звёзд компактнее, тем оно «горячее» и поэтому быстрее испаряется. Вывод: чем ближе к центру Галактики родилось звёздное скопление, тем оно должно быть компактнее, а значит быстрее будет разрушаться, причём первыми погибают самые лёгкие. Теоретическое ожидание таково: вдали от центра Галактики может сохраниться длительное время любое скопление — и большое, и маленькое, и лёгкое, и массивное; а вблизи центра Галактики выживают только компактные и при этом — массивные скопления. Это замечательно согласуется с наблюдениями: на плоскости  $M-R$  (рис. 8) каждая точка — шаровое скопление нашей Галактики; для удобства в логарифмической шкале указаны их реальные расстояния от центра Галактики и реальные массы. Количество звёзд в скоплении составляет  $N \approx 3M/M_{\odot}$ . На этой же плоскости нанесены теоретические линии, отделяющие область полного испарения скопления (ниже линии) для указанного возраста скопления. Можно назвать их «линиями жизни». Разумеется, все эти рассуждения легко записываются в виде формул, но здесь я этого делать не буду. Те, кого «задела» тема моего рассказа, найдут формальное изложение в книгах [13—16].

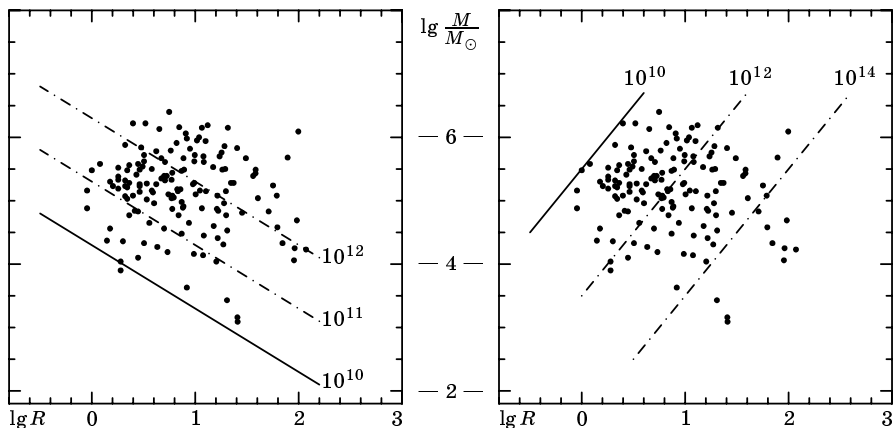
Возраст всех шаровых скоплений очень близок к возрасту Галактики. Поэтому для них всех современной линией жизни служит прямая, соответствующая возрасту Галактики — около 10 млрд. лет. Действительно, практически все скопления лежат выше этой линии. Но сама линия движется: пройдут эпохи, и она переместится выше, «съев» пограничные скопления. Через 1000 млрд. лет в Галактике останется менее половины из ныне живущих скоплений. А через 10000 млрд. лет практически ни одного не останется: все потеряют свои звёзды, испарятся и перестанут существовать как самостоятельные объекты. Жаль, ведь это одни из красивейших объектов Галактики. Правда, не исключено, что им на смену родятся новые. В некоторых галактиках это происходит, причём при весьма нетривиальных условиях.

---

Познакомимся ещё с одним динамическим эффектом, влияющим на эволюцию звёздных скоплений.

### ДИНАМИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ

Индийский астрофизик-теоретик Субраманьян Чандрасекар, нобелевский лауреат, в основном работавший в США, обнаружил в 1943 году любопытный звёздно-динамический эффект, который он



↑ Рис. 8. Положение шаровых скоплений нашей Галактики на плоскости «масса — размер орбиты». Масса ( $M$ ) указана в единицах массы Солнца ( $M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30}$  кг), а радиус орбиты ( $R$ ) — в килопарсеках: 1 кпк = 1 000 пк  $\approx$  3262 св. лет  $\approx 3,0857 \cdot 10^{19}$  м. «Линии жизни» делят эту плоскость на область испарения (ниже линии) и область выживания (выше линии) для указанного рядом с линией возраста скоплений в годах.

→ Рис. 9. Та же плоскость, что и на рис. 8, но здесь нанесены «линии жизни», связанные с эффектом динамического трения.

назвал *динамическим трением*. Суть этого эффекта очень проста — странно, что его не обнаружили раньше.

Представим себе массивную частицу — это может быть одна громадная звезда или целое звёздное скопление, — которая летит через пространство, наполненное маленькими лёгкими звёздочками (как говорят астрономы, летит через звёздное поле). Каждая звезда, притягиваясь к этому массивному объекту, облетает его сзади по гиперболической траектории. Таким образом, звёзды, которые впереди объекта были рассеяны однородно, позади него как бы уплотняются в кильватерный след и создают избыточную плотность. Этот «хвост» всегда висит позади скопления, поэтому существует нескомпенсированная сила притяжения, которая тормозит массивный объект. Чем больше его масса, тем выше тормозящее *ускорение*. С сохранением энергии всё в порядке: она передается встречным звёздам, которые после облёта массивного объекта получают прибавку скорости. Кстати, такой «фокус» — разгон космического зонда, облетающего на встречном курсе планету, — хорошо известен и часто используется в космонавтике [17].

Эффект динамического трения приводит к тому, что звёздное скопление, двигаясь в Галактике, хотя и не испытывает прямых соударений с окружающими звёздами поля, но всё равно тормозится,

теряет энергию и постепенно, по спиральной траектории приближается к центру Галактики. Поэтому за конечное время все шаровые скопления, а в первую очередь — самые массивные, должны упасть к центру нашей звёздной системы, разумеется, если они до этого не испарятся.

На плоскости  $R-M$  (рис. 9) можно провести «линию жизни», которая отделит лёгкие и далёкие от центра Галактики скопления, медленно тормозящиеся и долго падающие, от более массивных, сильнее тормозящихся и быстрее падающих в центр Галактики. Наблюдения находятся в согласии с теорией: чем дальше от центра, тем более массивные скопления выживают, а вблизи центра Галактики их уже нет.

---

Таким образом, под действием двух описанных эффектов — испарения звёзд и торможения за счёт динамического трения — скопления на этой плоскости движутся по некоторым фазовым траекториям: лёгкие скопления испаряются, тяжёлые — падают к центру Галактики. Есть и другие эффекты, приводящие к разрушению звёздных скоплений, но эти два — главные.

Я подробно рассказываю об эволюции звёздных скоплений, конечно, потому, что они — мой любимый объект изучения. Но и вполне объективно очень важно представлять судьбу древнейших галактических образований, какими являются шаровые звёздные скопления. Возможно, что они сформировались ещё до Галактики и поэтому «помнят» самую раннюю эпоху жизни Вселенной. К сожалению, родилась Вселенная так давно, около 15 млрд. лет назад, что жернова истории перемололи почти все факты. Даже от динозавров, которые менее 0,2 млрд. лет лежат в земле, уже почти ничего не осталось, а звёздные системы в десятки раз старше, поэтому восстановить их историю намного сложнее, чем историю динозавров. Шаровые скопления дают нам шанс заглянуть в глубокую историю Вселенной, и астрономы пытаются им воспользоваться. В этой работе уже сделано много находок и много ошибок. Не всегда мы правильно понимаем, какие свойства звёздных скоплений — врождённые, унаследованные от эпохи их формирования, а какие — благоприобретённые, связанные с их длительной эволюцией. В этой области много интересных задач для любителей звёздной динамики и астрофизики. Надеюсь, что некоторые из них решите вы.

---

---

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Силк Дж. Большой взрыв: рождение и эволюция Вселенной. — М.: Мир, 1982.
  - [2] Происхождение и эволюция галактик и звёзд / Под ред. С. Б. Пикельнера. — М.: Наука, 1976.
  - [3] Сурдин В. Г. Рождение звёзд. — М.: Эдиториал УРСС, 2001.
  - [4] Рябов Ю. А. Движение небесных тел. — М.: Наука, 1977.
  - [5] Дёмин В. Г. Судьба Солнечной системы. — М.: Наука, 1975.
  - [6] Роузвер Н. Т. Перигелий Меркурия: от Леверье до Эйнштейна. — М.: Мир, 1985.
  - [7] Бергман П. Загадка гравитации. — М.: Наука, 1969.
  - [8] Климишин И. А. Релятивистская астрономия. — М.: Наука, 1989.
  - [9] Боулер М. Гравитация и относительность. — М.: Мир, 1979.
  - [10] Дикке Р. Гравитация и космология. — М.: Мир, 1972.
  - [11] Горькавый Н. Н., Фридман А. М. Физика планетных колец. — М.: Наука, 1994.
  - [12] Дарвин Дж. Г. Приливы и родственные им явления в Солнечной системе. — М.: Наука, 1965.
  - [13] Чандрасекар С. Принципы звёздной динамики. — М.: ИЛ, 1948.
  - [14] Огородников К. Ф. Динамика звёздных систем. — М.: Физматлит, 1958.
  - [15] Саслау У. Гравитационная физика звёздных и галактических систем. — М.: Мир, 1989.
  - [16] Спитцер Л. Динамическая эволюция шаровых скоплений. — М.: Мир, 1990.
  - [17] Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. — М.: Наука, 1977.
- 
-

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	3
<b>Закон гравитации Ньютона</b>	<b>4</b>
Великие теоремы притяжения . . . . .	4
Движение двух точек под действием взаимного гравитационного притяжения . . . . .	6
<b>Реальное движение планет</b>	<b>9</b>
Теория Эйнштейна и сплюснутость Солнца . . . . .	11
Жидкие тела вращения . . . . .	13
<b>Галактики</b>	<b>15</b>
Кольца Сатурна . . . . .	17
<b>Звёздные скопления</b>	<b>18</b>
Эволюция шаровых скоплений . . . . .	19
Приливный эффект . . . . .	22
Взаимодействие одиночных и двойных звёзд . . . . .	24
Испарение шаровых скоплений . . . . .	25
Линии жизни шаровых скоплений . . . . .	27
Динамическое трение . . . . .	28
<b>Литература</b> . . . . .	<b>31</b>

